



Matemàtiques II

Model 2

Contesta de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1. a) Discutiu per a quins valors de k el sistema següent és compatible: (7 punts)

$$\begin{cases} x + 2y - z = 8, \\ 2x - 3y + z = -1, \\ 3x - y + kz = 5. \end{cases}$$

- b) Resoleu-lo en el cas (o els casos) en què sigui compatible. (3 punts)

2. Determina el(s) punt(s) de la recta $r : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}$ que equidista dels plans $\pi_1 : x + y + z + 3 = 0$ i $\pi_2 : \begin{cases} x = -3 + \lambda, \\ y = -\lambda + \mu, \\ z = -6 + \mu. \end{cases}$ (10 punts)

3. Donada la funció:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{si } -2 \leq x \leq -1, \\ \frac{x^2-3}{2} & \text{si } -1 < x \leq 0. \end{cases}$$

- a) Prova que $f(x)$ és contínua a l'interval $[-2, 0]$ i derivable a l'interval $(-2, 0)$. (6 punts)
- b) Estudia si la funció és creixent o decreixent als intervals $(-2, -1)$ i $(-1, 0)$. (4 punts)

4. Calcula la següent integral indefinida (10 punts)

$$\int \frac{x^3}{x^2 + 1} dx.$$



Matemàtiques II

Model 2

OPCIÓ B

1. a) Discutiu per a quins valors de m el sistema següent és compatible: (7 punts)

$$\left. \begin{aligned} y + z &= 1, \\ (m - 1) \cdot x + 3y + z &= 2, \\ x + (m - 1) \cdot y - z &= 0. \end{aligned} \right\}$$

- b) Resoleu-lo en el cas (o els casos) en què sigui compatible indeterminat. (3 punts)

2. Trobau l'equació contínua de la recta r paral·lela al pla $\pi : 2x - 2y + 5z = 3$ i perpendicular a la recta $s : \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$ al punt $P(-1, 2, 0)$. (10 punts)

3. a) Calculau el valor de a perquè la funció

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \cos x & \text{si } x \leq 0, \\ x^2 + ax & \text{si } x > 0, \end{cases}$$

verifiqui el teorema de Rolle a l'interval $[-\frac{\pi}{2}, 1]$. (5 punts)

- b) Considerant el valor de a determinat a l'apartat a), trobau el valor $c \in (-\frac{\pi}{2}, 1)$ tal que $f'(c) = 0$. (5 punts)

4. Feu un dibuix del recinte limitat per la corba $y(x) = \cos x$, l'eix OX i les rectes verticals $x = -\frac{\pi}{2}$ i $x = \frac{\pi}{2}$. (4 punts) Calculau l'àrea d'aquest recinte. (6 punts)